

Hog

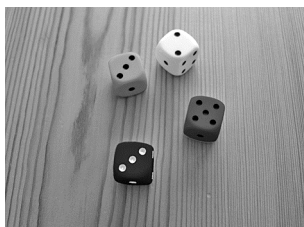
Hog is een dobbelspelletje dat wordt gespeeld door twee spelers die om de beurt één keer gooien met zoveel dobbelstenen als ze maar willen. Dat aantal dobbelstenen mag elke beurt wisselen.

Eerst wordt er geloot wie er mag beginnen. De speler die aan de beurt is, gooit met de dobbelstenen. De score van deze beurt wordt berekend door de som van de ogen te bepalen. Maar pas op: als er met één of meer van de dobbelstenen een 1 is gegooid, dan is de score 0 punten. De speler telt het behaalde aantal punten op bij de score van zijn vorige beurten. Wie het eerst 100 punten (of meer) heeft, heeft gewonnen.

Hieronder zie je wat één van de spelers in zijn eerste drie beurten heeft gegooid met het daarbij behorende puntenverloop.

foto's

beurt 1



score 13 punten

beurt 2



score 0 punten

totaal $13+0 = 13$ punten

beurt 3



score 19 punten

totaal $13+19 = 32$ punten

Het gooien van tweemaal een 3, eenmaal een 2 en eenmaal een 5 met vier verschillend gekleurde dobbelstenen, zoals in beurt 1, kan op verschillende manieren gebeuren: je kunt bijvoorbeeld met de rode dobbelsteen een 2 gooien, maar ook met de witte dobbelsteen.

- 4p 9 Bereken het aantal manieren waarop je met vier verschillend gekleurde dobbelstenen tweemaal een 3, eenmaal een 2 en eenmaal een 5 kunt gooien.

Als je met minstens één van de dobbelstenen een 1 gooit, dan heb je 0 punten.

- 2p 10 Schrijf alle mogelijkheden uit om met twee verschillend gekleurde dobbelstenen 0 punten te halen.

Hoe meer verschillend gekleurde dobbelstenen je gebruikt, hoe hoger de maximale score wordt die je kunt halen. Het aantal mogelijkheden om 0 punten te halen stijgt echter ook als je meer dobbelstenen gebruikt. Het aantal mogelijkheden A om 0 punten te halen bij n dobbelstenen wordt berekend met de formule

$$A = 6^n - 5^n$$

Voor $n = 4$ geeft deze formule de uitkomst $6^4 - 5^4 (= 671)$.

- 3p 11 Geef een redenering waarom deze formule klopt voor vier dobbelstenen. Schrijf hierbij niet alle mogelijkheden uit.

Als je in plaats van n dobbelstenen met één dobbelsteen meer gooit, dus als je met $n+1$ dobbelstenen gooit, kun je het aantal mogelijkheden om 0 punten te halen als volgt beredeneren.

Er zijn twee gevallen:

- Je haalt met de eerste n dobbelstenen al 0 punten. Dan maakt het niet uit wat je met de extra dobbelsteen gooit. Dit zijn dus $A \cdot 6$ mogelijkheden.
- Je gooit met de eerste n dobbelstenen geen een keer 1. Dan moet je met de extra dobbelsteen een 1 gooien. Dit zijn $5^n \cdot 1$ mogelijkheden.

In totaal zijn dit dus $6 \cdot A + 5^n$ mogelijkheden.

De uitkomst van bovenstaande redenering moet hetzelfde zijn als die uit de formule met $n+1$ dobbelstenen.

- 3p 12 Toon met een herleiding aan dat $6 \cdot A + 5^n$ gelijk is aan $6^{n+1} - 5^{n+1}$.